③ Allure des franges :

$I(\rho) = \text{cte} \Rightarrow \rho = \text{cte}$ les franges sont circulaires

franges brillantes : $\frac{k_0 \rho_n^2}{R} = 2p\pi \Rightarrow \boxed{\rho_n = \sqrt{p\lambda_0 R}}$ ($k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$)

ordre au centre : $p = 0 \Rightarrow \rho_0 = 0$ centre brillant

1^{er} anneau $p = 1 \Rightarrow \rho_1 = \sqrt{\lambda R}$

$n^{ième}$ anneau $p = n \Rightarrow \rho_n = \sqrt{n\lambda_0 R}$

Ecartement entre anneau : $\Delta\rho_{n \to n+1} = (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})\sqrt{\lambda_0 R}$

NB : $\frac{d\Delta\rho}{dn} = \left(\frac{1}{\sqrt{n+1}} - \frac{1}{\sqrt{n}}\right)\sqrt{\frac{\lambda_0 R}{2}} < 0$

$\Rightarrow$ les anneaux se resserrent.

A.N. $\rho_1 = \sqrt{\lambda R} = 1{,}779$ mm $\approx 1{,}8$ mm $\rightarrow$ visible

Exercice n°10 : Interféromètre de Michelson en lumière blanche.
Structure d'un spectre cannelé.

Ⓗ Coin d'air et lumière blanche

① $\nu_{vis} \in [\underset{\sim}{\nu_{rouge}} ; \underset{\sim}{\nu_{violet}}] \Rightarrow \nu_{vis} \sim 10^{14}$ Hz $\sim \nu_0$ (pas de chgt d'ordre de grandeur entre rouge et violet)

$\frac{c}{\lambda_r} = 3{,}75 \cdot 10^{14}$ Hz $\quad \frac{c}{\lambda_v} = 7{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz.

② Longueur de cohérence : $L_c = c\tau_c \sim \frac{c}{\nu_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{10^{14}} = 3 \cdot 10^{-6}$ m $\sim \lambda_0$

CSQ : très peu de franges visibles $1^{ère}$ frange pour $\delta = \lambda_0$
précisément : $p = 0$ visible
$p = 1$ ——
mais critère de cohérence "violé" à partir de la 2^{de} frange.

③ frange centrale $\delta = 0 \Rightarrow$ interférence constructive $\forall\lambda \Rightarrow$ ~~lumière~~ frange achromatique

+ irisation aux bords car $i = \frac{\lambda}{2\alpha} = f\text{ct}(\lambda)$

④ λ_0 : raie centrale du spectre

on a $\quad p_\lambda(\delta) = \dfrac{\delta}{\lambda} = \dfrac{\lambda_0}{\lambda}$

pour λ_0 radiation centrale : $p_{\lambda_0}(\delta) = 1$

Conclusion : on compte le nombre de valeurs 1/2 entières

entre $p_{\lambda_r} = \dfrac{\lambda_0}{\lambda_r} = \dfrac{(\lambda_r+\lambda_v)}{2\lambda_r} = 0,75$ — A.N. seul le violet est éteint.

et $p_{\lambda_v} = \dfrac{\lambda_0}{\lambda_v} = \dfrac{(\lambda_r+\lambda_v)}{2\lambda_v} = 1,5$

Autre méthode :

extinction pour $\delta = \lambda_0 = k\lambda + \dfrac{\lambda}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$

soit $k = \dfrac{\lambda_0}{\lambda} - \dfrac{1}{2} \in \mathbb{Z}$

pour λ_r : $k_r = \dfrac{0,6}{0,8} - 0,5 = 0,25$

λ_v : $k_v = \dfrac{0,6}{0,4} - 0,5 = 1 \leftarrow$ OK pour le violet

$\Rightarrow$ teinte rouge-orangée

⑤ $\hat{M}$ démarche pour $\quad \delta = 10\lambda_0$

méthode "rapide" : $\quad p_{\lambda_0} = 10$

nbre de valeurs 1/2 entières entre

$p_r = \dfrac{10\lambda_0}{\lambda_r} = \dfrac{5(\lambda_r+\lambda_v)}{\lambda_r} = 7,5$

$p_v = \dfrac{10\lambda_0}{\lambda_v} = \dfrac{5(\lambda_r+\lambda_v)}{\lambda_v} = 15$

$\left.\begin{array}{r} 7,5 \\ 8,5 \\ 9,5 \\ 10,5 \\ 11,5 \\ 12,5 \\ 13,5 \\ 14,5 \end{array}\right\} \Rightarrow$ 8 valeurs.

⚠ valeurs de λ "éteintes" réparties sur l'ensemble du spectre visible $\Rightarrow$ aucune couleur dominante $\Rightarrow$ blanc d'ordre supérieur.

Exercice n° 11 Réfractométrie interférométrique

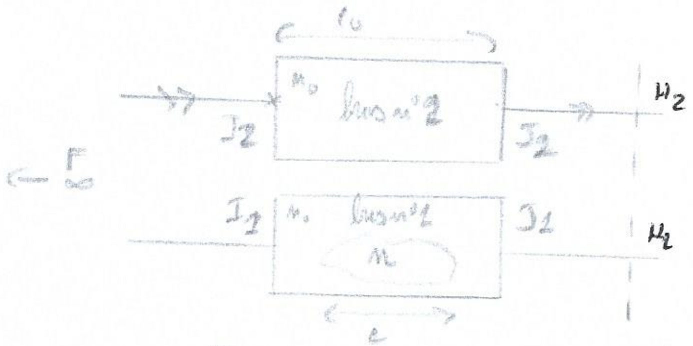
① Sans cuve compensatrice nous aurions $\delta_{2/1} \simeq 2e_0(n_0-1)$ en supposant $n \simeq n_0$ $\Rightarrow$ risque d'avoir $\delta_{2/2} > L_c$ $\Rightarrow$ perte du contraste

© l'emploi de C_{comp} permet de ne considérer que la δ introduite par l'échantillon

② 2 origines pour la ddm : δ_1 due au coin d'air : $\boxed{\delta_{1(2/2)} = 2\varepsilon y}$

δ_2 due à la présence des cuves

Calcul de δ_2 :



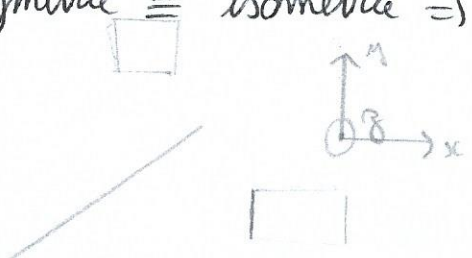
$\delta_{1/2} = (F_\infty H_2) - (F_\infty H_2)$

$\delta_{2\,(2/2)} = 2\left[(I_1J_1) - (I_2J_2)\right] = 2\left[n_0(e_0-e) + ne - (n_0 e)\right]$
$= 2(n-n_0)e \Rightarrow \boxed{\delta_2 = -2(n-n_0)e}$

Bilan : $\boxed{\delta_{2/2} = 2\varepsilon y - 2(n-n_0)e}$

La lentille fait l'image du lieu de localisation des interférences
$\Rightarrow$ n'introduit pas de ddm

③ Symétrie $\equiv$ isométrie $\Rightarrow$ biprisme identique sur le bras n° 2 d'arête // à $[O_1x)$



④ Géométrie des franges brillantes:

$\delta_{2/1} = p\lambda_0$ avec $p \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow 2\varepsilon y - 2(n-n_0)e = p\lambda_0$ or $e = \left(1 - \frac{|z|}{L}\right) e_{max}$

$\Rightarrow 2\varepsilon y - 2(n-n_0)\left(1 - \frac{|z|}{L}\right) e_{max} = p\lambda_0$

Si $\underline{z > 0}$: $|z| = z \Rightarrow 2(n-n_0)\left(1 - \frac{z}{L}\right) = \frac{(2\varepsilon y - p\lambda_0)}{e_{max}}$

$$\Rightarrow z = L\left[1 - \frac{2\varepsilon y - p\lambda_0}{2e_{max}(n-n_0)}\right]$$

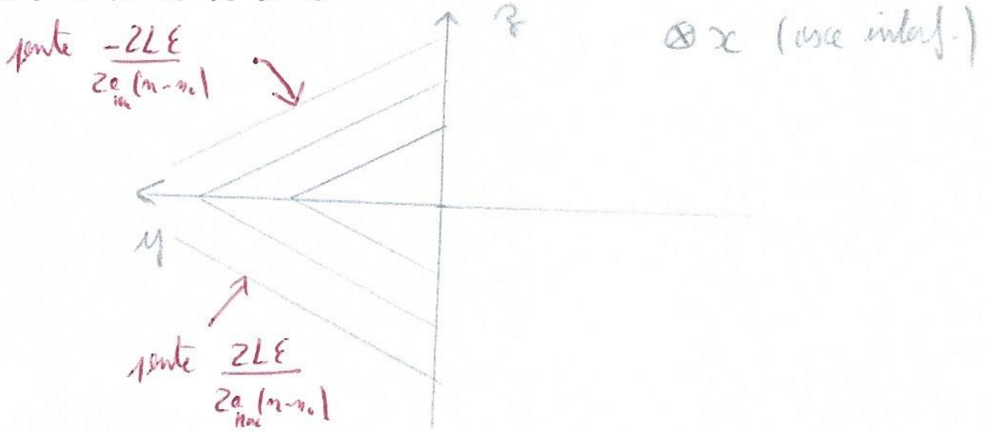
$$\Rightarrow \boxed{z = \left(\frac{pL\lambda_0}{2e_{max}(n-n_0)} + L\right) - \frac{2L\varepsilon}{2e_{max}(n-n_0)}\, y}$$

pente $-\frac{2L\varepsilon}{2e_{max}(n-n_0)}$

Si $\underline{z < 0}$: $|z| = -z \Rightarrow \boxed{z = \left(\frac{-pL\lambda_0}{2e_{max}(n-n_0)} - L\right) + \frac{2L\varepsilon}{2e_{max}(n-n_0)}\, y}$

pente $+\frac{2L\varepsilon}{2e_{max}(n-n_0)}$

2 familles de droites:



NB: en l'absence de l'échantillon : $\delta = \delta_{1(2/1)} = 2\varepsilon y \Rightarrow$ franges rectilignes $\underline{\underline{// z}}$

$\Rightarrow$ les franges peuvent redevenir rectilignes $// z$ si $|\text{pente}| \to \infty$

soit $n = n_0$ alors $\delta_{2/1} = p\lambda_0 = 2\varepsilon y$ franges $//[Oz)$

d'équation $y = cte$.

(5) <u>Principe</u> : → en absence d'échantillon les franges sont // à [Oz)

d'équation : $\delta_{2/1} = 2\varepsilon y = p\lambda_0 \Rightarrow y_p = p\frac{\lambda_0}{2\varepsilon}$

→ avec l'échantillon introduit → déformation des franges et décalage de l'abscisse de frange d'ordre p en $z = 0$.

$$z_p = 0 = -\left(+\frac{p\lambda_0}{2e_{max}(n-n_0)} + 1\right)L + \frac{2L\varepsilon}{2e_{max}(n-n_0)}\, y'_p$$

$$\Rightarrow y'_p = \frac{p\lambda_0}{2\varepsilon_0} + \frac{e_{max}(n-n_0)}{\varepsilon}$$

donc $\Delta y'_{p_{min}} = \frac{e_{max}(n-n_0)_{min}}{\varepsilon}$ A.N. $(n-n_0)_{min} = \frac{0{,}1\cdot10^{-3}\times 8\cdot10^{-4}}{8\cdot10^{-3}} = 1\cdot10^{-5}$

$\Rightarrow (n-n_0)_{min} = \Delta y'_{p_{min}}\,\varepsilon / e_{max}$

(c) le détecteur peut déceler la différence d'indice.

7/

Exercice n° 12 Spectrométrie interférentielle

① Le détecteur est placé au foyer de la lentille convergente et il est de petite dimension ⇒ il récupère et enregistre les interférences des rayons traversant le Michelson sous incidence nulle $i=0$

donc $\delta = 2e\cos i = 2e$

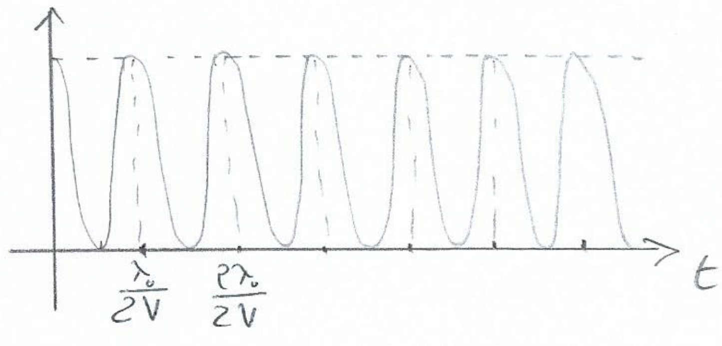
Par ailleurs le miroir translatable (M_2) se déplace à la vitesse V en partant du contact optique $e_0=0$, on a donc : $e=Vt$

et donc $\delta(t) = 2Vt$

② Il s'agit de la formule de Fresnel pour une intensité de chaque source de $\frac{I_0}{2}$ (pas très logique de la part de l'énoncé car si I_0 représente l'intensité originelle de la source primaire alors chaque rayon cohérent possède une intensité $\frac{I_0}{4}$ en sortie : cf cours)

$$\Rightarrow I(t) = I_0\left(1+\cos\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta\right) = I_0\left(1+\cos\frac{4\pi V t}{\lambda_0}\right)$$

Tracé



Passage de 100 franges ≡ 100 périodes écoulées

donc $100\frac{\lambda_0}{2V} = \Delta t \Rightarrow V = \frac{100\lambda_0}{2\Delta t} = 550{,}3\ nm.s^{-1}$

Incertitude de mesure

estimation des erreurs : $\Delta\lambda_0 = 0{,}1\ nm \Rightarrow \Delta\lambda/\lambda_0 = \frac{0{,}1}{632{,}8}$

$\Delta(\Delta t)$ = tps de passage d'une frange à la suivante

$$\Rightarrow \frac{\Delta(\Delta t)}{\Delta t} = \frac{1\times\frac{\lambda_0}{2V}}{100\frac{\lambda_0}{2V}} = \frac{1}{100}$$

On peut écrire la relation de propagation des incertitudes (cf MPSI) :

$$\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 = \left(\frac{\Delta \lambda_0}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\Delta t)}{\Delta t}\right)^2 \Rightarrow \Delta V = V\sqrt{\left(\frac{\Delta \lambda_0}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\Delta t)}{\Delta t}\right)^2}$$

A.N. $\Delta V = 5{,}5 \text{ nm.s}^{-1} \Rightarrow \Delta V = 6 \text{ nm.s}^{-1}$

On notera : $\boxed{V = (550 \pm 6) \text{ nm.s}^{-1}}$

Conditions d'acquisition : la fct est périodique de période

$T_0 = \frac{\lambda_0}{2V}$ soit une fréquence $f_0 = \frac{2V}{\lambda_0}$

$\Rightarrow$ d'après le critère de Shannon on doit choisir f_e fréquence d'échantillonnage telle que $f_e \geq 2 f_0 = \frac{4V}{\lambda_0}$

A.N $\boxed{f_e \geq 3{,}47 \text{ Hz} \simeq 3{,}5 \text{ Hz}}$

Nbre total de points nécessaires à l'acquisition de 100 périodes (valeur minimale)

$$N_T = \text{Nbre périodes} \times \underbrace{\text{nbre de pts / période}}_{\substack{= 2 \text{ au minimum} \\ (\text{car } f_e \geq 2 f_0)}} = 200 \text{ pts}$$

④ a) Il y a deux modifications éventuelles par rapport à la courbe précédente :

→ la période temporelle n'est plus la même car la longueur d'onde a changé :

$T_1 = \frac{\lambda_1}{2V}$ au lieu de $T_0 = \frac{\lambda_0}{2V}$

→ la lumière étant non monochromatique, le contraste ne peut être constant et s'effondre si $\delta > L_c$

b) $\Rightarrow$ estimation L_c :

relation temps - fréquence : $\tau_c \times \Delta \nu \sim 1$ (*)

soit avec $\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda \Rightarrow \Delta\nu = \frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda$.

(e) $\Rightarrow$ $\underbrace{\tau_c \times c}_{= L_c} \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \sim 1 \Rightarrow L_c \sim \frac{\lambda_2^2}{\Delta\lambda_1} = \frac{\lambda_2^2}{\delta\lambda}$

A.N. $L_c \sim 29{,}8 \simeq 30 \text{ cm}$

<u>Conclusion</u> : les Michelson classiques ont une latitude de réglage du miroir mobile de 2 à 3 cm maximum
$\Rightarrow$ il est impossible de constater la chute de contraste avec cette lampe à vapeur de mercure.